Taux de marge et structure financière

Jean-Bernard Chatelain

ANNALES D'ÉCONOMIE ET DE STATISTIQUE. – N° 53 – 1999

Taux de marge et structure financière

Jean-Bernard CHATELAIN *

RÉSUMÉ. – Cet article montre que le taux de marge de l'entreprise, le capital et l'espérance du taux d'utilisation des capacités de production dépendent de sa structure financière (le ratio dette/fonds propres) lorsque l'investissement est irréversible face à l'incertitude et lorsqu'il y a asymétrie d'information entre l'entrepreneur et ses prêteurs. Le taux de marge dépend positivement de la probabilité d'excès de demande et donc négativement du capital. Le capital s'accroît avec le ratio du taux de marge rapporté au coût du capital. Une contrainte financière sur le capital accroît la probabilité d'excès de demande, ce qui entraîne une hausse simultanée du prix.

Mark up and Financial Structure

ABSTRACT. – This paper shows that the firm markup, capital and the expected rate of capacity utilisation depend on its financial structure (debt/equity ratio) when irreversible investment faces uncertainty and when there is asymmetric information between the entrepreneur and lenders. Mark-up depends positively on the probability of excess demand and therefore negatively on capital. Capital increases with the markup/cost of capital ratio. A finance constraint on capital increases the probability of excess demand. Simultaneously it increases the mark-up which lower demand, so that it limits the rise of the probability of excess demand.

* J.B. CHATELAIN : Banque de France, centre de Recherche. Je remercie Fernando BARRAN, Alain BAYET, David de la CROIX, Ciaran DRIVER, Omar LICANDRO, Henri SNEESSENS, Pierre VILLA, Louis-André GÉRARD-VARET et deux rapporteurs anonymes pour leurs commentaires, ainsi que les participants au congrès européen de la société d'économétrie à Maastricht et à des séminaires à Louvain-la-Neuve, Madrid et Paris où cet article a été présenté. Les erreurs restent miennes. Les opinions exprimés dans cet article ne représentent pas nécessairement celles de la Banque de France.

1 Introduction

De nombreux travaux théoriques et empiriques suggèrent que la richesse interne de l'entreprise ou le ratio d'endettement limitent l'investissement d'un certain nombre d'entreprises, du fait de problèmes d'incitations et d'information asymétrique [1]. Cependant, les fondements micro-économiques de l'effet des contraintes financières sur les prix sont moins développés que ceux sur l'investissement ou la consommation. Ce sont pourtant des phénomènes susceptibles de contribuer à l'explication du mouvement cyclique des prix, du salaire réel et du taux de marge, dans la mesure où ce dernier dépend négativement de la richesse interne de l'entreprise, qui serait pro-cyclique, ou positivement du ratio dette/capital, qui serait contra-cyclique [2]. Depuis COURBIS [1971], dans les modèles de prévision francais d'inspiration néo-keynésienne, les prix sont souvent estimés en fonction de la structure financière et du taux d'utilisation des capacités de production. En effet, COURBIS ([1971], p. 18) avance l'idée que, dans un secteur non concurrentiel, « les entreprises fixeront leurs prix à un niveau tel que, compte tenu de leurs coûts, il conduise à un autofinancement suffisant, compte tenu de leur programmes d'investissements ». Ainsi, en France, les prix s'avèrent plus sensibles à la structure financière dans les secteurs abrités de la concurrence internationale [3]. Les tests sur données micro-économiques de la relation entre le taux de marge et la structure financière sont en revanche beaucoup plus récents (CHEVALLIER et SCHARFSTEIN [1996], BOTTASSO, GALEOTTI et SEMBENELLI [1997], ASKILDEN et NILSEN [1997]).

CHEVALLIER et SCHARSTEIN [1996] proposent un fondement micro-économique du lien entre le prix et la structure financière. Ils adaptent à un duopole d'entreprise une modélisation du coût de changement de fournisseur (KLEMPERER [1987]), en y ajoutant une imperfection du marché financier, ce qui leur permet de relier, à un niveau de capital donné, le comportement de prix et la structure financière. On peut se demander si ce modèle est robuste à une situation où les entreprises choisissent simultanément le capital et le prix.

Cet article présente une approche différente du fondement micro-économique du lien entre le taux de marge et la structure financière : *les contraintes financières sur le marché du capital limitent les capacités de production, de sorte que cet accroissement des tensions anticipées sur le marché des biens a pour conséquence une hausse des prix*. L'approche présente l'avantage de traiter simultanément du choix d'un prix et d'une quantité. Le taux d'utilisation des capacités de production est, de plus, un résultat explicite de ces choix, lié à l'incertitude sur la demande et à l'impossibilité de réviser, une fois l'aléa sur la demande connu (*ex post*), le prix, le capital et le ratio

1. Voir BERNANKE, GERTLER et GILCHRIST [1996] pour une revue de ces travaux.
2. CHEVALLIER et SCHARFSTEIN [1996] insistent sur le lien entre un taux de marge contra-cyclique et un salaire réel pro-cyclique (voir BRANDOLINI [1995] pour le débat portant sur le comportement cyclique du salaire réel, initié par RUEFF [1925] et PIGOU [1929]). D'autres explications d'un taux de marge contra-cyclique ne font pas intervenir d'imperfection financière (ROTEMBERG et SALONER [1986], ROTEMBERG et WOODFORD [1995]).
3. Voir par exemple le modèle Amadéus de l'INSEE présenté dans ASSOULINE *et al* [1996].

capital/travail. On reconnaît ici des hypothèses néo-keynésiennes de rigidités de court terme du prix, du capital et du ratio capital/travail. Le point de départ est le modèle du prix et de la production (ou de niveau des stocks) dans l'incertain développé par KARLIN et CARR [1962]. MALINVAUD [1987] et SNEESSENS [1987] ont ajouté à ce modèle le choix du facteur travail, en tant que facteur de production s'ajustant au niveau de la demande e*x post*, lorsqu'il y a excès d'offre. Nous introduisons dans ce cadre une contrainte financière provenant d'un problème d'asymétrie d'information s'inspirant de GERTLER et HUBBARD [1988], mais étendu à un continuum d'état de la demande avec choix simultané du prix.

Dans ce modèle, le taux de marge s'accroît avec la probabilité d'excès de demande [4]. Plus cette probabilité est élevée, plus l'entrepreneur a intérêt à élever son prix afin de diminuer l'espérance de la demande et l'excès de demande anticipé. D'autre part, le capital optimal dépend de la profitabilité, c'est-à-dire du rapport entre le taux de marge et le coût de capital. Les décisions de prix et de capacités de production sont ainsi liées. Une contrainte financière, qui limite le capital disponible, a pour effet d'accroître la probabilité d'excès de demande et donc le taux de marge.

Le plan de l'article est le suivant. La section deux donne les hypothèses de comportement de l'entreprise. Elles permettent de déterminer simultanément le stock de capital, le prix et les remboursements aux prêteurs, qui sont contingents aux ventes réalisées. La troisième section résout le modèle dans les régimes contraints financièrement ou non. Une dernière section conclut l'article et propose des extensions possibles.

2 Le modèle

2.1. Incertitude sur la demande et fonction de production

Nous supposons que l'entrepreneur fait face à une demande incertaine $u \cdot g(p)$, où $g(p)$ est l'espérance de la demande, multipliée par un aléa u, caractérisé par une fonction de répartition $F(u)$ et une densité continue $f(u)$, d'espérance unité, définie sur un support $[0,u_M]$ avec éventuellement $u_M = +\infty$. Nous supposons que l'espérance de la demande présente une élasticité constante dont la valeur absolue e est supérieure à l'unité [5].

$$g(p) = \Delta p^{-e} \tag{1}$$

Δ est un paramètre d'échelle constant. Nous considérons trois facteurs de production : les heures travaillées notées L, le capital *observable sans coût* par les emprunteurs (K_1), le capital *non observable* par les emprunteurs noté $K_2(T)$, qui peut correspondre au capital intangible ou immatériel : organisation, maintenance, etc. On introduit une variable dichotomique T égale à

4. Les premiers calculs de probabilité d'excès de demande ont été effectués par EDGEWORTH ([1888] p. 120).

5. La constance de l'élasticité n'est pas une hypothèse nécessaire pour les résultats du modèle. Il peut être étendu au cas le plus général des fonctions de demande qui permettent de calculer le prix optimal pour un monopole dans le cas certain (voir annexe 1).

l'unité lorsque l'entrepreneur détourne les fonds destinés au capital intangible pour un usage externe à son entreprise $(K_2(1)=0)$ ou nulle lorsque l'entrepreneur investit ces fonds dans son entreprise. Nous supposons que le capital intangible, lorsqu'il est investi, est nécessairement une proportion fixe du capital total :

$$\beta = \frac{K_2(0)}{K_1 + K_2(0)}\,.$$

Le capital investi dans l'entreprise $K(T)$ est alors égal à :

(2) $$K(T) = K_1 + K_2(T) = (1-\beta T)K(0) \text{ avec } T \in \{0,1\}$$

Lorsque le capital intangible est investi, il vaut donc $K_2(0) = \beta K(0)$. La fonction de production est à facteurs complémentaires [6], à rendements constants pour l'ensemble du capital ou par rapport au travail. Le capital est choisi *ex ante*. Il définit les capacités de production $YC(T)$:

(3) $$YC(T) = \frac{K(T)}{k}$$

Le ratio des capacités de production au capital est $1/k$. La demande de travail (facteur de production flexible) est déterminée *ex post* lorsque la demande est connue, en fonction du niveau de production $Y(T,u)$, lui-même fonction de l'aléa moral T et de l'aléa sur la demande u :

(4) $$L = aY(T,u) \text{ pour } 0 \leqslant Y(T,u) \leqslant YC(T)$$

La productivité du travail est $1/a$. L'entreprise est un preneur de prix sur le marché du travail : le coût unitaire du travail w est exogène. Le capital sert de numéraire.

2.2. Espérance de la production

Nous admettons des rigidités de court terme : le capital et le prix de la production ne peuvent pas être ajustés une fois l'aléa sur la demande connu. La production de l'entreprise est établie au minimum des capacités de production et de la demande, une fois celle-ci connue.

(5) $$Y(T,u) = \min(ug(p), YC(T))$$

Par linéarité de l'espérance $E[\cdot]$, et comme $\min(x,y)$ est une fonction homogène de degré un, l'espérance de la production $E[Y(T,u)]$ est aussi une fonction homogène de degré 1 des capacités de production et de l'espérance de la demande [7]. Si les capacités de production et l'espérance de la demande s'accroissent chacune d'une unité, alors l'espérance de la production s'accroît

6. Une fonction de production à facteurs *substituables* avant que l'aléa soit connu est traitée par MALINVAUD [1987]. Elle pourrait constituer une extension du présent article. L'absence de substituabilité une fois l'aléa connu reste en revanche une hypothèse cruciale de ce genre de modèle, puisqu'elle interdit un ajustement des capacités de production à la demande par la modification du rapport du capital au travail.

7. On peut aussi remarquer que, comme $\min(x,y)$ est une fonction concave, l'inégalité de Jensen implique que l'espérance de la production est en dessous du minimum des capacités de production et de la demande $\min(YC(T), ED\cdot u)$.

elle aussi d'une unité. L'élasticité entre l'espérance de la production et l'espérance de la demande, notée $\eta(x)$, est comprise entre zéro et un (l'élasticité entre l'espérance de la production et les capacités de production est alors $1-\eta(x)$).

L'homogénéité de l'espérance de la production de degré 1 par rapport aux capacités de production et à l'espérance de la demande permet de la réécrire de manière symétrique sous deux formes utiles par la suite. Tout d'abord, elle s'écrit comme une fonction linéaire de la production dans le cas certain, qui est égale à l'espérance de la demande :

$$E[Y(T,u)] = g(p)E[\min(u,x(T))] \tag{6}$$

$$\text{avec} \quad x(T) = \frac{YC(T)}{g(p)} = (1-\beta T)x(0) \tag{7}$$

où *x* est le ratio des capacités de production sur l'espérance de la demande. Ce ratio mesure l'espérance des « tensions » sur le marché des biens et aussi l'écart entre le capital investi lorsqu'il n'y a pas d'incertitude $(kg(p))$ et lorsqu'il y a incertitude (kYC). De plus :

$$E[\min(u,x(T))] = \int_0^{x(T)} u \cdot dF(u) + x(T)\int_{x(T)}^{u_M} dF(u) = \tag{8}$$

$$I(x(T)) = \int_0^{x(T)} [1-F(u)]du \tag{9}$$

$E[\min(u,x(T))]$ est égal à $I(x(T))$, la fonction de répartition sommant les probabilités d'excès de demande pour les niveaux de capital allant de zéro à celui correspondant au ratio *x*. C'est une fonction concave de ce ratio *x*.

D'autre part, l'homogénéité de degré 1 de l'espérance de la production permet d'exprimer *l'espérance du taux d'utilisation des capacités de production* (espérance de la production divisée par les capacités de production) comme une fonction décroissante du ratio *x* [8]:

$$\frac{E[Y(T,u)]}{YC(T)} = \frac{g(p)\cdot I(x(T))}{YC(T)} = \frac{I(x(T))}{x(T)} \tag{10}$$

Enfin, il est utile de calcuier l'élasticité entre l'espérance de la production et l'espérance de la demande [9]:

$$\eta(x) = 1 - \frac{x\cdot I'(x)}{I(x)} \tag{11}$$

On vérifie bien que cette élasticité est toujours comprise entre 0 et 1 car $I(x)$ est concave et $I(0)=0$. Elle est unitaire pour un capital égal au niveau maximum possible de la demande $(x=u_M)$. Cependant cette élasticité n'est pas *monotone croissante* du ratio *x* pour n'importe quelle distribution continue. Celle-ci doit respecter une condition particulière portant sur sa

8. La décroissance provient de la concavité de la fonction $I(x)$.
9. Dans le cas certain et lorsque le marché des biens est en équilibre, l'élasticité de la production par rapport à (l'espérance de) la demande est égale à l'unité.

« fonction de hasard » $\frac{f(x)}{1-F(x)}$, que nous supposons satisfaite dans le reste de l'article [10]:

$$\forall x \in [0,+\infty[\qquad \frac{f(x)}{1-F(x)} \geqslant \frac{\eta(x)}{x} \tag{12}$$

Cette condition est vérifiée par la distribution uniforme sur l'intervalle $]0,2[$, ainsi que par la distribution log-normale. Elle ne l'est pas nécessairement pour une distribution continue et bimodale, dont la densité $f(x)$ est proche de zéro entre les deux modes.

2.3. Le contrat compatible avec les incitations

L'entrepreneur possède une richesse propre W en numéraire, qui peut être insuffisante pour financer la taille optimale du projet. Dans ce cas, il a recours à un financement externe. A la date initiale, l'entrepreneur décide d'investir un montant de capital tangible K_1, et éventuellement un montant de capital « intangible » $K_2(T)$. L'investissement dans l'entreprise de ce capital intangible ne peut pas être observé par les prêteurs, alors qu'ils connaissent sans coûts les ventes réalisées par l'entreprise et la distribution de l'incertitude sur la demande à laquelle elle doit faire face. L'entrepreneur peut être tenté de détourner des fonds de leur usage optimal dans son entreprise, afin d'accroître son utilité de diverses manières (comme avancé par JENSEN et MECKLING [1976]). Il peut aussi consommer directement les inputs de son entreprise pour ses usages personnels. Pour simplifier, nous supposons que l'entrepreneur ne consomme pas ces fonds, mais qu'il les place dans un actif sans risque.

Notons $\Pi(T,u)$ les profits en prenant en compte le coût d'opportunité des fonds propres, évalué au taux d'intérêt sans risque r. Ils dépendent des variables d'aléa moral T et d'aléa sur la demande u :

$$\Pi(T,u) = (p - wa)Y(T,u) - R(Y(T,u)) - rW \tag{13}$$

Les remboursements aux prêteurs $R(Y(T,u))$ sont contingents aux ventes observées *ex post* $Y(T,u)$. L'espérance des profits et l'espérance des remboursements sont alors :

$$E[\Pi(T,u)] = (p - wa)E[Y(T,u)] - E[R(Y(T,u))] - rW \tag{14}$$

$$E[R(Y(T,u))] = \int_0^{x(T)} R(Y(T,u))dF(u) + R(Y(T,x(T))) \int_{x(T)}^{u_M} dF(u) \tag{15}$$

Lorsque la demande s'avère supérieure aux capacités de production (l'aléa sur la demande est supérieur à $x(T)$), les ventes réalisées sont égales aux

10. L'annexe 1 montre néanmoins qu'il existe toujours un maximum global pour les profits de l'entreprise, même lorsque l'élasticité η n'est pas une fonction monotone croissante du ratio capacités de production/espérance de la demande. En revanche, il *suffit* que cette condition soit vérifiée pour qu'il y ait *unicité* de la solution optimale (section 3.1).

capacités de production. En conséquence, les remboursements contingents aux ventes ne dépendent pas du niveau de la demande.

Prêteurs et emprunteur sont neutres vis-à-vis du risque. Les prêteurs acceptent un contrat comportant une contrainte d'incitation : l'utilité espérée d'un entrepreneur s'il ne détourne pas les fonds doit être au moins égale à celle qu'il retire s'il le fait [11]. L'entrepreneur choisit *ex ante* le capital, le prix et les remboursements contingents aux ventes observées $R(Y(0,u))$. *Ex post*, le choc de demande est réalisé, les ventes $Y(0,u)$ sont observées, l'entrepreneur ajuste les heures travaillées $(L = aY(0,u))$ et rembourse les prêteurs par un montant $R(Y(0,u))$. Les prêteurs, en situation de concurrence parfaite, ne fournissent des fonds à l'entrepreneur que si l'espérance de leur rendement est égale au coût d'opportunité (le taux d'intérêt sans risque) :

$$E[R(Y(0,u))] = r(K(0) - W) \tag{16}$$

Nous incorporons directement cette contrainte dans l'espérance de profit que maximise l'entrepreneur :

$$(R^*(Y(0,u)),\, p^*,\, K^*) \in \operatorname{Arg\,max} E[\Pi(0,u)] = \tag{17}$$

$$(p - wa)E[Y(0,u)] - rK(0) \tag{18}$$

Ceci s'effectue sous les contraintes de positivité du prix et du capital :

$$p \geqslant 0 \text{ et } K(0) \geqslant 0$$

sous la contrainte d'incitation :

$$E[\Pi(0,u)] \geqslant E[\pi(1,u)] + r\beta K(0) \tag{19}$$

et sous les contraintes de responsabilité limitée :

$$R(Y(T,u)) \leqslant (p - wa)Y(T,u) + (1 - \theta)K(T) \tag{20}$$

La variable θ représente un coût de faillite (compris entre zéro et l'unité) associé à la revente par les créanciers du capital dont une partie est devenue spécifique à l'entreprise. Ces contraintes de responsabilité limitée indiquent que les remboursements ont comme plafond les ressources de l'entrepreneur disponibles dans son entreprise uniquement, c'est-à-dire la somme du profit réalisé et de la valeur d'occasion des biens capitaux *ex post* dont nous supposons qu'ils ne se sont pas dépréciés (on peut ajouter un taux de dépréciation sans modifier fondamentalement les résultats du modèle).

3 Deux régimes de taux de marge et de capital

3.1. Taux de marge et capital sans contrainte financière

Lorsque la contrainte d'incitation n'est pas saturée $(T = 0)$, toute combinaison de remboursements contingents telle que l'intermédiaire reçoive en

11. Les autres equations du contrat sont donc conditionnelles à l'absence de détournement de fonds $(T = 0)$.

espérance un profit nul, et telle qu'elle satisfasse les contraintes de responsabilité limitée est possible. Le théorème de MODIGLIANI-MILLER [1958] est vérifié dans ce cas. Un contrat de dette ou un contrat d'action rapportant des dividendes peuvent être indifféremment retenus. L'entrepreneur maximise alors l'espérance du profit dans des marchés financiers parfaits :

$$(p^*, K^*) \in \operatorname{Arg\,max}(p - wa)E[Y(0,u)] - rK(0) \tag{21}$$

Par commodité, nous notons $x(0)$ par x dans ce qui suit. La condition du premier ordre pour le capital donne une première relation entre le prix et le ratio x notée $p_1(x,A)$, $A = rk/wa$ étant le coût relatif des facteurs corrigés de leur productivité :

$$(p - wa)(1 - F(x)) = rk \Rightarrow p_1(x,A) = \left(1 + \frac{A}{1 - F(x)}\right) wa \tag{22}$$

Le coût marginal du capital est égal au profit marginal à pleine utilisation de la capacité supplémentaire, corrigée de la probabilité d'excès de demande (i.e. d'utilisation de cette capacité marginale). L'entrepreneur arbitre entre le coût marginal d'une capacité excédentaire (le taux d'intérêt) et le coût marginal d'une capacité insuffisante (il perd le profit associé à cette unité supplémentaire de capacité de production). Le ratio entre le profit marginal et le coût marginal (ou « profitabilité »), et, par conséquent, le *coût relatif des facteurs* corrigés par leur productivité A intervient dans le choix du capital, alors que les facteurs de production sont complémentaires. La condition du premier ordre portant sur le choix du prix donne une seconde relation reliant le prix au ratio x, notée $p_2(x,e)$:

$$p_2(x,e) = \frac{e\eta(x)}{e\eta(x) - 1} wa \quad \text{pour} \quad x > \eta^{-1}\left(\frac{1}{e}\right) \tag{23}$$

Elle définit un taux de marge sur le coût marginal du facteur flexible $\mu = p_2/wa$. L'élasticité de l'espérance de la production par rapport au prix se compose de deux termes : l'élasticité de l'espérance de la production par rapport à l'espérance de la demande $(\eta(x)$, inférieure à l'unité), que multiplie l'élasticité de l'espérance de la demande par rapport au prix.

Le système des équations $(p_1(x), p_2(x))$ détermine le prix et le capital optimal. Une preuve de l'exitence d'une solution optimale pour toute distribution continue de l'aléa sur la demande est donnée dans l'annexe 1. L'*unicité* de la solution est acquise dans le cas particulier où la fonction $p_2(x)$ est décroissante à la droite de son asymptote verticale (pour $x > \eta^{-1}\left(\frac{1}{e}\right)$) ce qui dépend de l'hypothèse sur la fonction de hasard retenue dans la section précédente. La croissance de la fonction $p_1(x)$ (qui présente une asymptote verticale pour $x = u_M$ ou qui tend vers l'infini lorsque l'aléa sur la demande n'est pas borné) a alors une intersection unique avec la courbe $p_2(x)$.

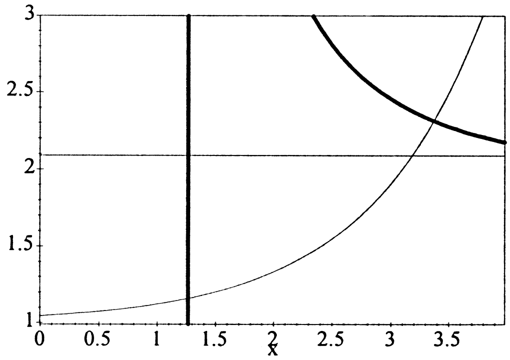
La figure 1 présente la résolution de choix optimal dans le cas de la loi exponentielle d'espérance 1, de densité $f(x) = \exp(-x)$, de fonction de répartition $F(x) = 1 - \exp(-x)$, avec $I(x) = 1 - \exp(-x)$, et avec

$$\eta(x) = 1 - x\,\frac{\exp(-x)}{1 - \exp(-x)}$$

qui est une fonction croissante du ratio x. La valeur absolue de l'élasticité prix de la demande vaut $e = 2$, le taux d'intérêt réel vaut 0,03 et le ratio

FIGURE 1

Prix optimal en fonction du ratio x optimal



capital/capacités de production $k = 1{,}5$. La productivité du travail et le salaire réel sont égaux à l'unité $(1/a = 1 = w)$ [12].

La courbe croissante représente la condition marginale sur le capital $p_1(x,A)$. Sa valeur pour un stock de capital nul est égal au coût marginal des facteurs de production $p_1(0,A) = wa + rk = 1{,}045$. Pour un accroissement du coût relatif du capital A, cette courbe $p_1(x,A)$ s'élève. La courbe décroissante du ratio x représente la condition marginale s ur le prix $p_2(x,e)$. Pour un accroissement de l'élasticité prix de la demande en valeur absolue, qui diminue le pouvoir de marché de l'entreprise, la courbe de prix $p_2(x,e)$ baisse. $p_2(x,e)$ est une branche d'hyperbole d'asymptote verticale $x = \eta^{-1}\left(\frac{1}{e}\right)$ et d'asymptote horizontale $p = \frac{e}{e-1}\,wa = 2$. Le prix optimal sans incertitude sur la demande $p^{SI} = \frac{e}{e-1}\,(wa + rk) = 2{,}09$ est *inférieur* au prix obtenu dans le cas avec incertitude et aléa multiplicatif.

On peut utiliser le ratio capacités/espérance de la demande x, comme une variable de résolution intermédiaire. En éliminant le prix, on obtient une forme implicite du ratio x^* optimal :

$$A e \eta(x^*) + F(x^*) - (1 + A) = 0 \tag{24}$$

En différentiant cette fonction, on montre que le ratio optimal des capacités/espérance de la demande x^* dépend *négativement* du coût relatif des facteurs A et de la valeur absolue de l'élasticité de la demande e.

$$\underbrace{(Ae\eta_x(x^*) + f(x^*))}_{>0}\cdot dx^* + \underbrace{(e\cdot\eta(x^*) - 1)}_{>0}\cdot dA + \underbrace{(A\cdot\eta(x^*))}_{>0}\cdot de = 0 \tag{25}$$

12. On peut aussi représenter sur ce graphique la densité de la distribution et la probabilité d'excès de demande optimale *ex ante*.

Le taux optimal de marge sur le coût marginal du facteur flexible μ^* augmente avec le coût relatif du capital par rapport au travail, et donc, avec une hausse du taux d'intérêt [13].

$$(26) \qquad \mu^*(e,A) = \frac{p^*}{wa} = 1 + \frac{A}{1 - F(x^*(e,A))} = \frac{e \cdot \eta(x^*(e,A))}{e \cdot \eta(x^*(e,A)) - 1}$$

Enfin, le capital optimal est donné par :

$$(27) \qquad K^* = k \cdot \Delta \cdot (\mu^*(e,A) \cdot wa)^{-e} \cdot x^*(e,A)$$

Le stock de capital optimal dépend négativement du coût relatif des facteurs A, et de manière ambiguë de l'élasticité de la demande.

L'espérance du taux optimal d'utilisation de capacités $I(x^*)/x^*$, fonction décroissante du ratio x^*, dépend positivement du coût relatif des facteurs A et de la valeur absolue de l'élasticité de la demande e.

Enfin, on peut comparer les choix du capital et du prix dans l'incertain dans le cas certain. D'une part, le taux de marge en situation d'incertitude avec aléa multiplicatif est *toujours plus élevé* que le taux de marge dans le cas certain (annexe 1). Du fait de l'hypothèse d'un choc *multiplicatif* sur l'espérance de la demande, une hausse du prix implique une baisse de l'écart-type des ventes, égal à : $\sigma_D = \sigma_u|\Delta p^{-e}|$, et conduit donc à une diminution du risque. En revanche, une incertitude définie par un choc aléatoire *additif* sur l'espérance de la demande implique toujours un taux de marge plus bas que celui du cas certain (KARLIN et CARR [1962]). En présence d'incertitude, le capital sera plus élevé que dans le cas certain (autrement dit, le ratio x^* sera supérieur à l'unité) pour des valeurs faibles du coût relatif du capital et de l'élasticité de la demande en valeur absolue. Sinon, il sera être moins élevé que dans le cas certain (x^* sera en dessous de l'unité).

3.2. Taux de marge et capital contraint financièrement

Dans ce cas, la contrainte d'incitation est saturée. On montre dans l'annexe 2 que les contraintes de responsabilité limité sont saturées pour les « mauvais états » de la nature, définis pour des réalisations de la demande inférieures au niveau du capital observable sans coût par les prêteurs. Le prix et le capital optimal sont obtenus par un nouveau système de deux équations. La condition marginale portant sur le prix est inchangée. La condition donnant le stock de capital optimal est désormais la contrainte d'incitation, avec prise en compte de la contrainte de responsabilité limitée saturée pour les « mauvais états » de la demande (voir annexe 2) :

$$(28) \quad (p - wa)E[Y(0,u)] - [(1-\theta)(1-\beta) + r(1+\beta)]K(0) + rW = 0$$

Dans ce régime de contrainte financière, le capital croît avec l'espérance de l'excédent brut d'exploitation $((p - wa)E[Y(0,u)])$, qui dépend à la fois du

13. Ce dernier résultat est obtenu sans avoir recours aux hypothèses de FITOUSSI et PHELPS [1988]. Ils supposent qu'une hausse du taux d'intérêt augmente le coût d'opportunité pour les consommateurs pour rechercher des meilleurs prix pour les biens de consommation courante. Ceci permettrait alors aux entreprises d'accroître leur pouvoir de marché. Les effets du taux d'intérêt sur le temps consacré à l'achat de biens de consommation par les ménages restent à évaluer.

capital et du taux de marge. Dans le régime non contraint, il dépend du gain *marginal* de l'espérance de l'excédent brut d'exploitation. En divisant la contrainte d'incitation par l'espérance de la demande, on obtient une fonction implicite du prix et du ratio $x(0)$ notée $p_3\left(x(0)\frac{W}{\Delta}\right)$ où intervient le ratio des fonds internes de la firme rapporté à l'espérance de la demande [14] :

(29) $(p - wa)I(x(0)) - [(1-\theta)(1-\beta) + r(1+\beta)]kx(0) + r\,\frac{W}{\Delta p^{-e}} = 0$

Pour alléger les notations, nous notons x pour $x(0)$ dans cette dernière section de l'article. En différentiant cette équation, on obtient :

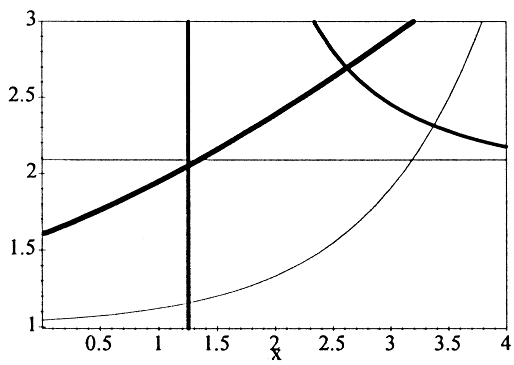
$$(30) \qquad \frac{\partial p}{\partial x} = -\frac{(p-wa)(1-F(x)) - [(1-\theta)(1-\beta) + r(1+\beta)]k}{I(x) + r\,\dfrac{eW}{\Delta p^{-e+1}}}$$

La saturation de la contrainte d'incitation implique que le numérateur de cette dernière équation est positif (voir annexe 2). Donc, seule la portion croissante en fonction du ratio x de cette courbe $p_3\left(x, \frac{W}{\Delta}\right)$ est pertinente. Cette courbe s'élève pour une hausse du taux d'intérêt, du salaire nominal, des inverses de la productivité du travail a et du capital k et de la proportion de capital intangible β (mesure de l'ampleur de l'asymétrie d'information dans ce modèle) et pour une baisse du financement interne relativement au paramètre de niveau de la demande W/Δ (ou une hausse du ratio dette/capital, par exemple, lors d'une récession).

La figure 2 donne une interprétation de la solution contrainte financièrement, pour des paramètres identiques à l'exemple de la figure 1, en traçant une courbe $p_3\left(x, \frac{W}{\Delta}\right)$, représentée par un trait épais, pour des fonds internes nuls $W = 0$, une proportion du capital intangible dans le capital total $\beta = 0{,}4$, un coût de faillite sur le capital installé de $\theta = 0{,}4$ (avec toujours

FIGURE 2

Prix optimal contraint



14. La contrainte d'incitation peut aussi être divisée par le capital, avec comme dernier terme, la structure financière de l'entreprise (le ratio dette/capital).

$wa = 1,\ r = 0{,}03,\ k = 1{,}5$ et une distribution de l'aléa suivant une loi exponentielle :

$$p_3(x,0) = wa + [(1-\theta)(1-\beta) + r(1-\beta)]\,k\,\frac{x}{1-e^{-x}} \tag{31}$$

La contrainte d'incitation implique que le prix doit être au moins égal à la courbe $p_3\left(x,\dfrac{W}{\Delta}\right)$. Lorsque la courbe $p_3\left(x,\dfrac{W}{\Delta}\right)$ est en dessous de la courbe $p_1(x,A)$ alors la solution non contrainte est valide. A partir d'un certain niveau de financement interne $W^*(\beta,rk/wa,e)/\Delta$, l'entrepreneur n'a plus d'incitation à détourner des fonds. Ce seuil est déterminé par la solution (x,p,W) du système comportant l'équation de prix, la condition marginale du capital et la contrainte d'incitation et correspondant à l'intersection des trois courbes $p_2(x,e)$, $p_1(x,A)$ et $p_3(x,W/\Delta)$. Il n'y a pas de solution explicite générale. Ce seuil est en général en dessous du cas limite du financement interne intégral (où le problème d'asymétrie d'information disparaît), du fait de l'indivisibilité associée à la proportion fixe de capital intangible dans le capital total.

En présence de contrainte financière, l'intersection entre la contrainte d'incitation $p_3\left(x,\dfrac{W}{\Delta}\right)$ et l'équation de prix $p_2(x,e)$ détermine le prix et le capital. Cette intersection existe toujours, du fait du théorème des valeurs intermédiaire : la courbe $p_3\left(x,\dfrac{W}{\Delta}\right)$, croissante et continue, présente une valeur finie pour $x = \eta^{-1}(e)$ alors que la courbe $p_2(x,e)$ présente une asymptote en ce point, et qu'elle est décroissante et continue. Les grandeurs optimales en cas de contraintes financières (le prix p^*_{cf} le ratio x^*_{cf} et le capital K^*_{cf}) présentent les sens de variations suivant en fonction des variables exogènes :

$$p^*_{cf} = p^*_{cf}(\underset{+}{r},\underset{+}{k},\underset{+}{wa},\underset{-}{W/\Delta},\underset{+}{\beta},\underset{-}{e} \tag{32}$$

$$x^*_{cf} = x^*_{cf}(\underset{-}{r},\underset{-}{k},\underset{+}{wa},\underset{+}{W/\Delta},\underset{-}{\beta},\underset{-}{e}) \tag{33}$$

$$K^*_{cf} = k\Delta p^{*-e}_{cf} x^*_{cf} = K^*_{cf}(\underset{-}{r},\underset{-}{k},\underset{+}{wa},\underset{+}{W/\Delta},\underset{-}{\beta},\underset{?}{e}) \tag{34}$$

Deux variables financières font leur apparition avec des effets opposés sur le prix et sur le capital : *une baisse de la richesse interne de l'entreprise W accompagnée (ou non) d'une accroissement de l'ampleur de l'asymétrie d'information β (par exemple, lors d'une récession où on observerait une hausse du ratio d'endettement $(K-W)/K$) diminue le capital conduit à une hausse de prix et du taux de marge (la courbe p_3 s'élève sur la figure 2), ainsi qu'à une diminution de l'espérance du taux d'utilisation optimal des capacités, de production, fonction décroissante du ratio x^*_{cf}.*

On peut remarquer que, dans le cas certain, le prix vaut $p^{SI} = \dfrac{e}{e-1}(wa + rk)$ et qu'il n'est pas sensible aux tensions sur le marché des biens représentées par le ratio x (la courbe $p^{SI}(x)$ est horizontale). Il ne réagit donc pas au niveau de capital ni à d'éventuelles contraintes financières pesant sur lui.

Enfin, en introduisant la fiscalité du capital dans ce modèle, celle-ci devient un déterminant du taux de marge par l'intermédiaire du coût relatif des facteurs et de la richesse interne de l'entreprise. On peut alors avancer sur le taux de marge l'argument de FAZZARI, HUBBARD et PETERSEN [1988] portant sur le capital. Un taux *marginal* d'imposition plus faible réduit le coût marginal du capital. Lorsque les charges d'intérêt sont à retirer des profits imposables, le coût du capital est diminué du taux marginal d'imposition des profits, τ_m . Il vaut alors $(1 - \tau_m)r$. Il en résulte deux effets bénéfiques : le capital augmente et le taux de marge baisse. Le taux de fiscalité *moyen* τ_M plus faible intervient aussi lorsqu'il y a contrainte financière. S'il est plus faible, il décroit les profits moyens réalisés à la fin de la période précédentej ce qui permet d'augmenter les fonds internes disponibles pour le projet. Dans ce cas, la courbe correspondant à la contrainte d'incitation $p_3(x, W(\tau_M)/\Delta)$ baisse, le stock de capital contraint s'accroît et le prix baisse.

4 Conclusion

Cet article montre que l'incertitude sur la demande associée à des rigidités de court terme du prix, des capacités de production et du ratio capital/travail peut expliquer la dépendance du taux de marge à la structure financière. Le prix, le capital et l'espérance du taux d'utilisation de capacité sont déterminés simultanément. *Cette interaction permet à l'entrepreneur de compenser en partie l'effet de la contrainte financière sur le stock de capital par une hausse de prix sur le marché des biens*. Ce mécanisme néo-keynésien (il transite par les tensions sur le marché des biens associées à une rigidité de court terme des prix) est complémentaire à l'hypothèse de clientèle proposée par CHEVALLIER et SCHARSTEIN [1996], où par ailleurs le choix du capital n'est pas pris en compte. Cet effet peut contribuer à l'explication du caractère pro-cyclique ou contra-cyclique des taux de marges, qui dépendra des mouvements cycliques du ratio dette/capital, mais aussi de ceux du coût relatif des facteurs et des paramètres de la demande (le niveau Δ et l'élasticité e).

Une première extension théorique porte sur la modélisation intertemporelle. Le régime non contraint financièrement a été traité dans le cas de l'investissement faisant face à des coûts d'ajustement quadratiques par LICANDRO [1992] et dans le cas des stocks par KARLIN et CARR [1962], repris par KAHN ([1987] et [1992]) en y ajoutant les effets de l'autocorrération des chocs de demandes ou encore la possibilité de reporter l'excès de demande sur les carnets de commande. Une seconde extension théorique pourrait consister à modéliser en équilibre général non seulement le comportement cyclique de la richesse interne des entreprises (comme réalisé par exemple par KIYOTAKI et MOORE [1997]) et mais aussi celui du taux de marge. Une mise en équilibre général du cas non contraint financièrement a été récemment proposée par FAGNART, LICANDRO et SNEESSENS [1997].

Régime non contraint financièrement

Cette annexe reprend une démonstration de KARLIN et CARR [1962] en ajoutant à leur modèle le choix du facteur travail en tant que facteur de production s'ajustant au niveau de la demande *ex post*, lorsqu'il y a excès d'offre (MALINVAUD [1987] et SNEESSENS [1987]). Les conditions du second ordre de ce genre de problème sont compliquées (MALINVAUD [1987]). Elles peuvent ne pas être satisfaites par toutes les distributions en tous points. On pourrait alors croire que le modèle n'a de solution optimale que pour une classe limitée de distribution de l'aléa sur la demande, ce qui réduirait sa généralité. Nous montrons qu'il n'en est rien. Il existe toujours un optimum pour le prix et le capital, *quelle que soit la distribution continue* de l'aléa pour la demande (qui est une quantité toujours positive). Lorsque les conditions du second ordre ne sont pas satisfaites, elles correspondent à un minimum local du profit de l'entreprise, alors qu'il existe *toujours* un maximum global. La démonstration repose sur le théorème des valeurs intermédiaires. Elle est valide pour la classe la plus large de fonctions d'espérance de la demande, telles qu'il existe un prix optimal pour un monopole dans le cas certain (et donc pas seulement celles qui ont une élasticité constante).

On suppose donc que la demande $g(p)$ est une grandeur positive, et qu'elle décroît avec le prix : $g(p) \geqslant 0$, $g'(p) < 0$. Son élasticité prix est : $e(p) = \dfrac{p \cdot g'(p)}{g(p)}$. Nous définissons $p_{\max}$ le prix pour lequel la demande est nulle. Si ce prix maximal est fini (soit $g(p) = 0$ pour tous prix $p \geqslant p_{\max}$), alors il doit être supérieur au coût marginal de production, supposé strictement positif $p_{\max} > wa + rk > 0$. Sinon, il est optimal de ne pas produire. D'autre part, nous supposons que la fonction :

$$h(p) = (p - wa - rk)\, g'(p) + g(p) \tag{35}$$

est continue et s'annule pour un prix unique p^{SI} tel que $wa + rk \leqslant p < p_{\max}$. Ces conditions peuvent être vérifiées pour une large classe de fonctions de demande, dont la fonction de demande linéaire $g(p) = \max(a - bp, 0)$ avec $a, b > 0$. Enfin, si ce prix maximal est infini ($g(p) > 0$ pour tous prix $p \geqslant 0$, avec les hypothèses suivantes $\lim_{p \to +\infty} g(p) = \lim_{p \to +\infty} p \cdot g(p) = 0$), on suppose aussi que la fonction $h(p)$ est continue et s'annule pour une unique valeur du prix p^{SI} supérieure au coût marginal de production. Un exemple est la fonction de demande à élasticité constante : $g(p) = \Delta p^{-e}$. Ces conditions très générales permettent de calculer le taux de marge d'un monopole dans le cas certain.

La distribution de l'aléa sur la demande est supposée positive et continue. L'entrepreneur maximise son profit en choisissant le prix et les capacités de production qui représentent le capital à un facteur multiplicatif près :

$$(K^*(0), p^*) \in \operatorname{Arg\,max} (p - wa) E[Y(0,u)] - rK(0) \tag{36}$$

Par simplicité, nous dérivons les résultats par rapport aux capacités de production $YC(0)$, notées YC, puisqu'il n'y a pas risque de confusion avec les capacités de production lorsque l'entrepreneur détourne effectivement des fonds (ce qu'il ne fait jamais, du fait de la contrainte d'incitation) :

$$(37) \quad (YC^*, p^*) \in \operatorname{Arg\,max} \pi(YC, p) = (p - wa)E[Y(0,u)] - rkYC$$

sous les contraintes de positivité : $p \geqslant 0$ et $YC \geqslant 0$. Nous avons changé la notation de l'espérance des profits $E[\Pi(0,u)]$ en $\pi(YC, p)$ afin de mettre en avant les deux variables endogènes. L'espérance de la production peut être réécrite après intégration par parties, en utilisant le fait que l'espérance de la distribution est égale à l'unité, et que la distribution est à valeurs positives (dans ce cas $\int_0^{+\infty} [1 - F(u)]du = 1$). En conséquence, l'espérance des profits devient :

$$(38) \quad \pi(YC, p) = g(p)[(p - wa)I(x) - rkx]$$

$$(39) \quad \text{avec } I(x) = \int_0^x [1 - F(u)] \cdot du$$

Avec $YC(0)$ noté YC et $x(0) = YC(0)/g(p)$ noté x dans cette section. La condition du premier ordre par rapport aux capacités de production YC s'écrit :

$$(40) \quad \pi_{YC}(YC, p) = (p - wa)(1 - F(x^*)) - rk = 0 \Leftrightarrow$$

$$(41) \quad x^* = \frac{YC^*}{g(p)} = F^{-1}\left(\frac{p - wa - rk}{p - wa}\right)$$

Le prix p doit être strictement supérieur à la somme des coûts marginaux $wa + rk$ pour que le capital optimal soit non nul (sinon, $0 < p \leqslant wa + rk \Rightarrow YC^* = 0$). La condition nécessaire et suffisante du second ordre par rapport aux capacités de production seules est toujours satisfaite sauf si la densité s'annule au point x^* :

$$(42) \quad \pi''_{YC}(YC, p) = -f(x^*)\frac{p - wa}{g(p)} < 0$$

Nous maximisons ensuite le profit, *incorporant la contrainte donnant la condition marginale sur le choix du capital*, par rapport au prix : $p^* \in \operatorname{Arg\,max} \pi(YC^*, p)$. Nous voulons prouver uniquement l'existence d'un maximum pour le couple (YC, p). Le théorème des valeurs intermédiaires appliqué à la dérivée de l'espérance des profits par rapport au prix impliquera alors qu'il existe au moins une première valeur du prix où cette dérivée s'annule, qui est un maximum local.

Nous observons d'abord que lorsque le prix est égal au coût marginal total $p = wa + rk$, le capital optimal en présence d'incertitude est nul $(YC^* = x^* = F^{-1}(0) = 0)$ et donc l'espérance du profit est aussi nulle. D'autre part, l'espérance des profits lorsque le prix tend vers l'infini est négative. En effet, le ratio (capacités de production)/(espérance de la demande) tend vers l'infini. Comme $\lim_{x \to +\infty} I(x) = \int_0^{+\infty} [1 - F(u)] \cdot du = 1$:

$$(43) \quad \lim_{p \to +\infty} \pi(YC^*, p) = \lim_{p \to +\infty} g(p)[(p - wa)I(x^*) - rkx^*] = 0$$

Ce résultat est immédiat du fait des hypothèses déjà retenues sur la fonction de demande pour obtenir une solution de monopole dans le cas certain :

$$\lim_{p \to +\infty} g(p) = \lim_{p \to +\infty} pg(p) = 0$$

Il suffit de prouver que la dérivée de l'espérance des profits par rapport au prix est *strictement positive* au point $p = wa + rk$. Cette dérivée s'écrit :

$$\pi_p(YC^*, p) = [(p - wa)g'(p) + g(p)]I(x^*) - rkx^*g'(p) \tag{44}$$

$$= \underbrace{[(p - wa - rk)g'(p) + g(p)]}_{=h(p)>0 \text{ pour } wa+rk<p<p^{SI}} \cdot \underbrace{I(x^*)}_{>0} \tag{45}$$

$$+ rk \underbrace{g'(p)}_{<0} \underbrace{(I(x^*) - x^*)}_{<0} \tag{46}$$

Il est immédiat de vérifier que, de manière générale,

$$I(x) = \int_0^x [1 - F(u)]du \leqslant x.$$

Le terme $h(p) = (p - wa - rk)g'(p) + g(p)$ correspond à la dérivée du profit par rapport au prix lorsqu'il n'y a pas d'incertitude. Elle s'annule pour un prix p^{SI} correspondant au prix maximal lorsqu'il n'y a pas d'incertitude. Ce terme est donc positif pour des valeurs du prix telles que $wa + rk < p < p^{SI}$. Donc, $\pi_p\left(YC^*, p^{SI}\right)$ est positif pour ces valeurs du prix. Ce résultat suffit pour prouver l'existence d'un maximum local. On remarque que le prix dans le cas certain est inférieur au prix du cas avec incertitude : en effet, $\pi_p\left(YC^*, p^{SI}\right)$ est strictement positif, car le second terme qui le constitue ne s'annule pas pour p^{SI}.

Ce maximum local peut être suivi d'un minimum local (pour lequel la condition du second ordre n'est pas satisfaite) puis d'un maximum local (etc.). Il n'y a pas *a priori* d'*unicité* des maxima locaux, pour n'importe quelle densité de probabilité d'une variable aléatoire positive, avec une moyenne égale à l'unité. L'entrepreneur choisira le maximum global parmi les maxima locaux. Une condition *suffisante* pour l'*unicité* du maximum porte sur la monotonie de l'élasticité $\eta(x)$ et donc de la courbe $p_2(x)$, comme démontré dans la section 3.1. Il ne s'agit pas d'une condition nécessaire, puisqu'une courbe $p_2(x)$ non strictement décroissante peut avoir une seule intersection avec la courbe $p_1(x)$. Enfin, on peut remarquer que la non monotonie de l'élasticité $\eta(x)$ peut se produire si la densité de l'aléa présente plusieurs modes très marqués, avec des valeurs de la densité $f(x)$ proche de zéro entre les deux modes, valeurs pour lesquelles la condition du second ordre a peu de chance d'être vérifiée.

Régime contraint financièrement

Nous résolvons ensuite le cas de contrainte financière. L'entrepreneur choisit les remboursements contingents, le prix et le stock de capital en maximisant l'espérance de ses profits :

(47) $$(R^*(Y(0,u)), p^*, K^*) \in \operatorname{Arg\,max} E[\Pi(0,u)] =$$

(48) $$(p - wa)E[Y(0,u)] - rK(0)$$

Ceci s'effectue sous les contraintes de positivité du prix et du capital $p \geqslant 0$ et $K \geqslant 0$ et sous la contrainte d'incitation :

(49) $$E[\Pi(0,u)] \geqslant E[\Pi(1,u)] + r\beta K(0)$$

Quel que soit le niveau de capital $K(0)$, l'entrepreneur est indifférent entre détourner des fonds ou les investir dans le capital intangible. Elle s'écrit aussi :

$$(p - wa)E[Y(0,u)] - rK(0)$$

(50) $$\geqslant (p - wa)E[Y(1,u)] - E[R(Y(1,u))] - rW + r\beta K(0)$$

L'espérance des remboursements en cas de détournement des fonds destinés au capital intangible est :

$$E[R(Y(1,u))] = \underbrace{\int_0^{(1-\beta)x} R(Y(1,u))\,dF(u)}_{=S(R^b)} + R(Y(1,(1-\beta)x)) \cdot \underbrace{\int_{(1-\beta)x}^{u_M} dF(u)}_{=\pi^g}$$

Nous définissons $S(R^b)$ la somme des remboursements en cas de « mauvais » états de la demande. Ils correspondent à une demande inférieure aux capacités de production lorsque le capital intangible n'a pas été investi : $0 \leqslant u \leqslant (1-\beta)x$. Les « bons » états de la demande, correspondant à un aléa sur la demande u compris entre les deux valeurs suivantes : $(1-\beta)x \leqslant u \leqslant u_M \cdot \pi^g$ est la probabilité d'être dans un des « bons » états de la demande. $R(Y(1,(1-\beta)x))$ est le remboursement obtenu par le prêteur pour un de ces « bons » états de la demande, si l'entrepreneur a détourné les fonds. Le montant du remboursement est fixe, puisque la production est déterminée par les capacités de production quelle que soit le niveau de « bon » état de la demande. Si l'entrepreneur n'a pas détourné ces fonds, le prêteur pourra obtenir des remboursements qui dépendront directement de l'aléa sur la demande servi par le capital intangible : $(1-\beta)x \leqslant u \leqslant x$.

Les contraintes de responsabilité limitée sont :

(51) $$R(Y(T,u)) \leqslant (p - wa)Y(T,u) + (1-\theta)K(T)\ \forall u \geqslant 0$$

Nous supposons que les fonctions de remboursements $R(Y(T,u))$ sont *non négatives et continues*, si bien que les inégalités et les égalités pour les sommes de Riemann sur $R(Y(T,u))$ sont *équivalentes* aux inégalités et égalités vérifiées sur les intervalles de valeurs de l'aléa u où s'exerce la sommation. Nous intégrons ces contraintes de responsabilité limitée sur l'ensemble des « mauvais états » de la demande :

$$(52)\quad S(R^b) = \int_0^{(1-\beta)x} R(Y(T,u))\, dF(u) \leqslant$$

$$(53)\qquad (p - wa) \int_0^{(1-\beta)x} Y(T,u)\, dF(u) + (1-\pi^g)(1-\theta)K(T)$$

On peut remarquer que la production observée et donc les remboursements suivant que l'entrepreneur détourne des fonds ou non sont identiques pour ces « mauvais états de la demande » : $Y(0,u) = Y(1,u)$ lorsque $0 \leqslant u \leqslant (1-\beta)x$. Ils diffèrent pour les bons états de la demande, où la production est limitée par les capacités de production si l'entrepreneur a sous-investi les fonds prêtés. Le Lagrangien L s'écrit :

$$\begin{aligned} L = {} & E[\Pi(0,u)] + \lambda^{IC}(E[\Pi(0,u)] - E[\Pi(1,u)] - r\beta K(0)) \\ & + \lambda^{R^b}\Big((p - wa)\int_0^{(1-\beta)x} Y(T,u) dF(u) \\ & + (1-\pi^g)(1-\theta)K(T) - S(R^b)\Big) \\ & + \lambda^{(1-\beta)x}[(p - wa)Y(1,(1-\beta)x) \\ & + (1-\theta)K(1) - R(Y(1,(1-\beta)x))] \\ (54)\qquad & + \int_{(1-\beta)x}^{u_M} \lambda^u[(p - wa)Y(0,u) + (1-\theta)K(0) - R(Y(0,u))] dF(u) \end{aligned}$$

Nous notons les multiplicateurs de Lagrange λ^{R^b}, associé à la contrainte de responsabilité limitée ci-dessus et λ^u pour les contraintes de responsabilité limitée pour les « bons » états de la demande $(u \geqslant (1-\beta)x)$. La contrainte d'incitation est associée à un multiplicateur de Lagrange λ^{IC}. Nous commençons la résolution du programme de l'entreprise par la recherche des remboursements optimaux. Les dérivées du Lagrangien L par rapport aux variables $S(R^b)$, $R(Y(1,(1-\beta)x))$ et $R(Y(0,u))$ lorsque $u > (1-\beta)x$ sont :

$$(55)\qquad \frac{\partial L}{\partial R(Y(0,u))} = -\lambda^u = 0 \quad \forall u > (1-\beta)x$$

$$(56)\qquad \frac{\partial L}{\partial R(Y(1,(1-\beta)x))} = \lambda^{IC}\pi^g - \lambda^{(1-\beta)x} = 0$$

$$(57)\qquad \frac{\partial L}{\partial S(R^b)} = \lambda^{IC} - \lambda^{R^b} = 0$$

Les deux dernières équations impliquent que $\lambda^{IC} = \lambda^{R^b}$ et $\lambda^{IC}\pi^g = \lambda^{(1-\beta)x}$. Si la contrainte d'incitation est saturée, alors les remboursements pour les « mauvaises » réalisations de la demande sont les plus élevés possibles. Ils sont donc limités par la contrainte de responsabilité limitée :

$$(58)\qquad (p - wa)E[Y(1,u)] - E[R(Y(1,u))] = (1-\theta)K(1)$$

Ce résultat correspond à une mise en faillite pour les mauvais états de la nature, dérivée de manière endogène par le contrat compatible avec les incitations. En revanche, les remboursements sont libres pour les « bons » états de la demande $(u > (1-\beta)x)$ sous conditions que l'espérence des profits nul des prêteurs et que les contraintes de responsabilité limitée soient respectées.

On obtient ensuite le stock de capital optimal en substituant les valeurs optimales des remboursements dans la contrainte d'incitation, lorsque celle-ci est saturée. En effet, le revenu de l'entrepreneur lorsqu'il détourne des fonds se résume à $r\beta K(0)$, puisque les revenus de son entreprise net des remboursements sont toujours nuls pour les « mauvais états » de la demande. Cette nouvelle expression de la contrainte d'incitation permet de déterminer le stock de capital lorsque la contrainte est saturée, utilisée dans la section 3.2 :

$$(59)\quad (p-wa)E[Y(0,u)] - rK(0) = (1-\theta)(1-\beta)K(0) - rW + r\beta K(0)$$

C'est-à-dire:

$$(60)\quad (p-wa)E[Y(0,u)] - [(1-\theta)(1-\beta) + r(1+\beta)]K(0) + rW = 0$$

La dérivée du Lagrangien par rapport au capital donne l'expression du multiplicateur de Lagrange associée à la contrainte d'incitation (le prix fictif d'une uni té marginale de fonds). Cette valeur s'accroît avec la part du capital non observable par les emprunteurs (β plus élevé), et un écart plus faible entre la productivité marginale et le taux d'intérêt. Ce multiplicateur s'annule si l'optimum du premier ordre est réalisé.

$$(61)\quad \lambda^{IC} = -\frac{(p-wa)\dfrac{\partial E[Y(0,u)]}{\partial K(0)} - r}{(p-wa)\dfrac{\partial E[Y(0,u)]}{\partial K(0)} - [(1-\theta)(1-\beta) + r(1+\beta)]}$$

La contrainte d'incitation est saturée implique que la condition suivante soit vérifiée :

$$(62)\quad \lambda^{IC} > 0 \Leftrightarrow r < \frac{p-wa}{k}(1-F(x(0))) < (1-\theta)(1-\beta) + r(1+\beta)$$

Le comportement de prix est donné par la dérivée par rapport au prix du Lagrangien, simplifié par les résultats précédents. Elle s'écrit comme le produit des deux termes suivants :

$$(63)\qquad \frac{\partial L}{\partial p} = \left(1+\lambda^{IC}\right)\frac{\partial (p-wa)E[Y(0,u)]}{\partial p} = 0$$

La condition du premier ordre par rapport aux prix est donc inchangée lorsque la contrainte d'incitation est saturée $(\lambda^{IC} > 0)$.

Enfin, un contrat non compatible avec les incitations est possible mais il ne peut ne pas être accepté par les emprunteurs. Dans ce contrat, les prêteurs laissent délibérément l'entrepreneur détourner des fonds. Les revenus de l'entrepreneur proviennent alors des profits de l'entreprise conditionnels à l'usage des fonds $\beta K(0)$ en dehors des objectifs directs de l'entreprise et des intérêt retirés de ces fonds :

$$(64)\qquad (R(Y(1,u)), p, K) \in \operatorname{Arg\,max} E[\Pi(1)] + r\beta K(0)$$

Les intermédiaires financiers demanderons donc un rendement de leur crédit en sachant qu'une partie des fonds qu'ils prêtent sera utilisée en dehors de l'entreprise :

$$E[R(Y(1,u))] = r(K(0) - W) \tag{65}$$

et sous des contraintes de responsabilité limitée :

$$R(Y(1,u)) \leqslant (p - wa)Y(1,u) + (1-\theta)K(1) \ \ \forall u \geqslant 0$$

Il est possible que l'espérance des remboursements soit insuffisante pour des contraintes saturées de responsabilité limitée lorsque l'entrepreneur détourne des fonds, et qu'elle ne le soit pas lorsque l'entrepreneur ne détourne pas de fonds :

$$(p - wa)EY(1,u) + (1-\theta)K(1) < r(K(0) - W) < (p - wa)EY(0,u) + (1-\theta)K(0) \tag{66}$$

Dans ce cas, les prêteurs n'accepteront qu'un contrat compatible avec les incitations.

• Références bibliographiques

ASKILDEN, J. E., NILSEN, O. I. (1997). – "Markups, Business Cycles and Factor Markets : An Empirical Analysis". *Article présenté au congrès européen de la société d'économétrie (ESEM)*, Toulouse.

ASSOULINE *et al.* (1996). – "Structures et propriétés de cinq modèles macro-économiques français (Banque de France, Cepremap, Direction de la prévision, Erasme, INSEE et OFCE)". *Banque de France, notes d'Etudes et de Recherche*, n° 38.

BERNANKE, B., GERTLER, M., GILCHRIST, S. (1996). – "The Financial Accelerator and the Flight to Quality". *The Review of Economics and Statistics*, 78, pp. 1-15.

BOTASSO A., GALEOTTI, M., SEMBENELLI, A. (1997). – "The Impact of Financial Constraints on Markups: Theory and Evidence from Italian Firm Level Data". *Article présenté au congrès européen de la société d'économétrie (ESEM)*, Toulouse.

BRANDOLINI, A. (1995). – "In Search of a Stylised Fact : Do Real Wages Exhibit a Consistent Pattern of Cyclical Variability". *Journal of Economic Surveys*, pp. 103-163.

CHEVALLIER, J. A., SCHARFSTEIN, D. S. (1996). – "Capital-Market Imperfections and Countercyclical Markups: Theory and Evidence". *American Economic Review*, 86(4), pp. 703-725.

COURBIS, R. (1971). – "La détermination de l'équilibre général en économie concurrencée". *Monographie du Séminaire d'Econométrie n° 7*. CNRS.

EDGEWORTH, F. Y. (1888). – "The Mathematical Theory of Banking". *Journal of the Royal Statistical Society*, 51, pp. 113-127.

FAGNART, J. F., LICANDRO, O., SENESSENS, H. (1997). – "Capacity Utilization and Market Power". *Journal of Economic Dynamics and Control*, 22, pp. 123-140.

FAZZARI S. M., HUBBARD, R. G., PETERSEN, B. C. (1988). – "Investment, Financing Decisions and Tax Policy". *American Economic Review*, 78, pp. 200-205.

FITOUSSI, J. P., PHELPS, E. (1988). – *The Slump in Europe*. Oxford. Basil Blackwell.

GERTLER, M., HUBBARD, G. (1988). – "Financial Factors and Business Fluctuations". *In Financial Market Volatility*, pp. 33-72. Kansas City, Missouri: Federal Reserve Bank of Kansas City.

JENSEN, M. C., MECKLING, W. (1976). – "Theory of the Firm: Managerial Behavior, Agency Costs and Ownership Structure", *Journal of Financial Economics*, 3, pp. 305-60.

KAHN, J. A. (1987). – ‘Inventories and the Volatility of Production”. *American Economic Review*, 77, pp. 667-679.

KAHN, J. A. (1992). – “Why is Production more Volatile than Sales? Theory and Evidence on the Stockout-Avoidance Motive for Inventory-Holding”. *Quarterly Journal of Economics*, pp. 481-510.

KARLIN, S., CARR, C. R. (192). – “Prices and Optimal Inventory Policy”, in Arrow, Karlin & Scarf. *Studies in Applied Probability and Management Science*. Stanford University Press, pp. 159-72.

KIYOTAKI, N., MOORE, J. H. (1997). – “Credit Cycles”. *Journal of Political Economy*, 105(2), pp. 211-248.

KLEMPERER, P. (1987). – “Markets with Consumer Switching Costs”. *Quarterly Journal of Economics*, 102(2), pp. 375-94.

LICANDRO, O. (1992). – “Q Investment Models, Factor Complementary and Monopolistic Competition”. *Recherches Economiques de Louvain*, 58(1), pp. 51-73.

MALINVAUD, E. (1987). – “Capital productif, incertitude et profitabilité”, *Annales d’Economie et de Statistiques*, janvier-mars.

MODIGLIANI, F., MILLER, M. M. (1958). – “The Cost of Capital, Corporation Finance, and the Theory of Investment”, *American Economic Review*, 48, pp. 261-297.

PIGOU, A. C. (1929). – Industrial Fluctuations (2nd edition). London, Macmillan.

ROTEMBERG, J. J., SALONER, G. (1986). – “A Supergame Theoretic Model of Price Wars during Booms”. *American Economic Review*, 76, pp. 390-407.

ROTEMBERG, J. J., WOODFORD, M. (1993). – ‘Markups and the Business Cycle”. in O.J. Blanchard & S. Fischer (Eds), *NBER Macroeconomics Annual*. MIT Press, Cambridge, MA 63-128.

ROTEMBERG, J. J., WOODFORD, M. (1995). – “Modèles d’équilibre général dynamiques en concurrence imparfaite”. *Annales d’Economie et de Statistiques*, pp. 357-410.

RUEFF, J. (1925). – “Les variations du chômage en Angleterre”. *Revue Politique et Parlementaire*, 125, pp. 425-36.

SNEESSENS, H. S. (1987). – “Investment and the Inflation-Unemployment Trade-Off in a Macroeconomic Rationing Model with Monopolistic Competition”. *European Economic Review*, 31, pp. 781-815.